УДК 164.3

ПРОБЛЕМА ЛОГИЧЕСКОГО ВСЕВЕДЕНИЯ И ЕГО ТЕОРЕТИКО-ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ ОСНОВАНИЯ

Арапова Г.В.

ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», Москва, e-mail: gala773@yandex.ru

Несмотря на то, что эпистемическая логика стремительно развивалась в XX веке и продолжает развиваться в наши дни, главная проблема, проблема логического всеведения не была решена. Мы так и не имеем уверенности относительно условий и границ использования семантики возможных миров для анализа эпистемических контекстов. Изначально в логике не было четко обозначено, какие свойства и интуиции относительно понятия знания логики и философы пытались формализовать. В нашем исследовании мы показываем, что необходимо применить принципиально иной подход. Сначала необходимо выделить некоторые философские и интуитивные черты реальных субъектов познания и только потом строить семантику возможных миров и систему, формализующую эти черты. Результатом нашего исследования является набор условий, черт, которые должны реализоваться в семантике возможных миров для того, чтобы она была философски приемлемой и не страдала проблемой логического всеведения.

Ключевые слова: модальная логика, логика знания и мнения, логическое всеведение, эпистемическая логика

LOGICAL OMNISCIENCE PROBLEM AND ITS EPISTEMIC THEORETICAL FOUNDATIONS

Arapova G.V.

Lomonosov Moscow State University, Moscow, e-mail: gala773@yandex.ru

Despite the rise of epistemic logic in the 20th century the main problem of logical omniscience have not been settled. We are still not sure about conditions and possibilities of the possible worlds` semantic for epistemic logic. The situation is, moreover, complicated by the vast number of systems of epistemic logic and theories of possible worlds. But it seems that the project is however not impossible. And our present study provides the conditions of creating non-omniscient and reasonable agents in epistemic logic. So in the beginning there was no given set of truths and intuitions that philosophers and logicians were trying to formalize. In our study we wanted to show that a radically different approach has to be taken. It is first necessary to gather some philosophical or intuitive views about modal and especially epistemic features of real agents, argue for them independently and first then look for some theory of possible worlds. It is also important to keep the logical, semantical and philosophical issues tightly together. Only then we can find answers to perplexing questions about modalities and their analysis. The result of our inquiries is what we consider to be a sound set of criteria that should be fulfilled by any theory of possible worlds in order for it to be free of omniscience problem and philosophically acceptable.

Keywords: modal logic, logic of knowledge and belief, logical omniscience problem, epistemic logic

В современной логике, лингвистике, информатике, гносеологии для анализа контекстов знания и мнения активно используется аппарат исчисления модальной логики. Однако, несмотря на многочисленность эпистемических систем такого рода, не решена очень важная проблема применения модальной логики для анализа эпистемических контекстов. Применение модальной логики в анализе эпистемических контекстов порождает парадокс логического всеведения. В эпистемически интерпретированной модальной логике оператор необходимости в аксиомах и правилах вывода интерпретируется как оператор знания. Необходимость означает истинность во всех возможных мирах (сценариях). В модальной логике принимаются такие аксиомы и правила вывода, в которых из доказуемости (общезначимости) следует необходимость высказывания, а из необходимости одних высказываний на основании логических правил следует необходимость других высказываний, в модальной логике это не приводит к парадоксу. Когда мы начинаем интерпретировать оператор необходимости как оператор знания, мы сталкиваемся с парадоксом: из доказуемости следует знание субъектом всего, что доказано; а из знания одних высказываний следует, что субъект может вывести все логические следствия. Иначе говоря, парадокс логического всеведения состоит в вынужденном принятии того факта, что субъект познания знает все логические законы и все, что следует логически из его знания.

На данный момент существует множество попыток устранить логическое всеведение из логического анализа эпистемических контекстов [1, 2, 5, 9], однако удовлетворительного решения этой проблемы не найдено.

Парадокс всеведения стал таким важным препятствием в построении эпистемической логики, что некоторые исследователи [6] предлагают либо полностью, либо частично отказаться от использования аппарата модальной логики для формализации эпистемических контекстов. Таким образом, решение парадокса всеведения ока-

зывается «жизненно важным» для системы эпистемической логики, так как отсутствие эффективного способа решения этой проблемы ставит под вопрос всю модальную эпистемическую логику.

Цель нашего исследования: анализ случаев, рассматриваемых в литературе как парадокс всеведения, и выявление условий решения парадокса логического всеведения.

Задачи исследования: найти истоки, основания возникновения парадокса логического всеведения, выявить причину, по которой не было найдено удовлетворительное решение этого парадокса при использовании стандартной модальной логики, определить варианты парадокса и обозначить условия, при которых могут решаться разные варианты парадокса логического всеведения.

Мы проанализировали аксиомы известных модальных систем и выделили различные варианты логического всеведения. В частности, мы разграничиваем логическое всеведение относительно мнения и логическое всеведение относительно знания.

Для выяснения оснований парадокса логического всеведения мы обратились к свойствам знания, которые формализуются в современных эпистемических системах. Нами были выделены основные и вариативные свойства знания. К основным свойствам знания мы относим свойства, присущие всякому знанию. Основными свойствами знания являются неполнота знания и его истинность во всех мирах знания. Знание зависит от истинности высказывания: если высказывание ложно, то и высказывание о знании будет ложным. Однако истинность не зависит от знания. Отсюда следует, что обоснованность знания является также основным свойством знания. То, что является знанием, обязательно обоснованно, подтверждено. Но в этом свойстве проявляется субъективность знания, так как истинным для субъекта является только то высказывание, обоснование которого сам субъект знает, т.е. знание означает знание и понимание обоснования этого знания [1]. Это свойство может усложняться, когда идет речь о многоагентных и дистрибутивных системах. В этих системах знание выводится не только из обоснования истинности, а из знания других (задача «грязные дети» [7]). На наш взгляд, принципиально важными в анализе парадокса логического всеведения являются неполнота знания, логическая случайность (мы не можем вывести знание из каких-либо посылок), обусловленность психикой.

К вариативным свойствам относятся такие свойства знания, которые могут проявляться в отдельных ситуациях и системах. Вариативные свойства знания проявляются только при определенных условиях. К вариативным свойствам мы относим свойство позитивной интроспекции (если я знаю, что А, то я знаю о том, что я знаю А), свойство негативной интроспекции (если я не знаю, что А, то я знаю, что я не знаю А). Эти свойства проявляются, например, в замкнутых дистрибутивных системах (т.е. тогда, когда знание касается только ограниченного набора предложений, рассматриваемых в определенной ситуации), если рассматривать эти свойства на бесконечном множестве предложений или хотя бы достаточно большом (настолько, что оно необозримо или не рассматривалось субъектом познания), то эти свойства могут отсутствовать.

Набор свойств, которые мы выделили, не исчерпывает всего множества свойств реального знания субъекта, а только те свойства, которые формализуются в эпистемических системах.

На основании выделенных свойств знания мы рассматриваем принимаемые в эпистемических системах аксиомы, правила вывода и выводимые формулы. Результатом анализа является набор вариантов парадокса логического всеведения.

Так как в логических системах модальной логики часто интерпретируют два понятия – «знание» и «мнение», то мы считаем важным выделить также и два варианта логического всеведения. Те аксиомы, которые отражают знание, могут быть слишком сильными для выражения мнения, а аксиомы мнения – слишком слабыми для выражения знания. Содержательно отличие мнения и знания можно выразить степенью обоснованности, соответственно знание есть обоснованное, истинное мнение, а мнение может быть необоснованным и неистинным.

Варианты парадокса логического всеведения

Нами были выделены шесть вариантов парадокса логического всеведения.

1. Логическое всеведение относительно знания.

1.1. Сильная версия логического всеведения (игнорируются основные свойства знания).

1.2. Слабая версия логического всеведения (неправомерно расширяются возможности субъекта познания, в некоторых ситуациях нарушаются основные свойства знания).

1.3. Частичное расширение возможностей агента (выражаются вариативные свойства знания).

2. Логическое всеведение относительно мнения.

2.1. Сильная версия логического всеведения относительно мнения (принимаются или игнорируются основные свойства знания).

2.2. Слабая версия логического всеведения относительно мнения (расширяются возможности агента относительно мнения).

2.3. Частичное расширение возможностей агента относительно мнения (выражаются вариативные свойства знания).

Рассмотрим формализмы, используемые в эпистемических модальных системах.

1. Логическое всеведение относительно знания.

1.1. Сильная версия логического всеведения. К сильной версии логического всеведения мы относим аксиомы, в которых не модализирован антецедент и модализирован консеквент.

Аксиома Брауэрова исчисления $A \supset \Box\Diamond A$

Правило монотонности $(A \supset B) \models (\Box A \supset \Box B)$

Правило модализации $\vdash A \models \vdash \Box A$

Эти аксиомы и правила вывода выражают сильную форму логического всеведения, так как консеквент в них выводится на основании доказуемости (общезначимости) антецедента. Однако доказуемость и истинность не влияют на актуальное знание, если бы знание зависело от доказуемости, то агент был бы всеведущим, т.е. знал бы все логически доказуемые формулы и их следствия. Таким образом, следствием этих формализмов является нарушение свойства неполноты знания. В случае сильной версии логического всеведения миры знаний агента и все возможные миры совпадают. С нашей точки зрения, эпистемическая логика может относительно безболезненно отказаться от этих аксиом и правил вывода.

Следует отметить, что помимо формализмов, которые приводят к парадоксу, есть также и такие, которые выражают основные свойства знания и не являются парадоксальными. Следовательно, их принятие обусловлено основными свойствами знания, которые они выражают. К этой группе аксиом мы отнесли аксиомы, в которых модализирован только антецедент. Например, аксиома $T\Box A \supset A$ (*если агент N знает, что A, то A – истинно*). А значит, истинность консеквента зависит не только от объективной истинности, но также и от знания агента.

1.2. Слабая версия логического всеведения. К этой версии мы отнесли только одну формулу, но очень важную в эпистемических системах, так как она включается во все рассмотренные нами системы. Во многих системах она называется аксиома К:

$$(\Box(A \supset B) \& \Box A) \supset \Box B$$

(если агент знает, что (A⊃B), и знает, что A, то агент знает B).

Это самая спорная и проблематичная аксиома, на наш взгляд. Это связано с тем, что, с одной стороны, она говорит о важном свойстве познающего субъекта – умении строить выводы из имеющегося знания, но, с другой стороны, она говорит о том, что субъект знает все логические следствия, выводимые из его знания. Сложность поэтому состоит еще и в том, что эту аксиому нельзя ни отбросить, ни полностью принять как предыдущие формулы.

1.3. Частичное расширение возможностей агента. К этой группе мы относим аксиомы, в которых модализированы и антецедент, и консеквент, за исключением аксиомы К и ее следствий:

аксиома *D:* $\Box A \supset \Diamond A$

(ее вариант $\Box A \supset \neg\Box\neg A$*)*

аксиома системы S4: $\Box A \supset \Box\Box A$

аксиома системы S5: $\neg\Box A \supset \Box\neg\Box A$

$$\Box(A \& B) \equiv (\Box A \& \Box B)$$

$$\Box A \supset \Box(A v B)$$

$$\Box(A \& (B v C)) \supset \Box((A \& B) v C)$$

$$\Box\neg\neg A \equiv \Box A$$

$$\Box\neg(A \& B) \equiv \Box(\neg A v \neg B)$$

$$\Box\neg(A v B) \equiv \Box(\neg A \& \neg B).$$

Эти аксиомы выражают вариативные свойства знания: непротиворечивость знания (аксиома D), осознанность, положительная интроспекция (аксиома S4) и негативная интроспекция (аксиома S5). В логике и информатике принято относить эти формулы к парадоксу логического всеведения [6, 7, 8]. Однако, с нашей точки зрения, они выражают вариативные свойства знания, отказ от этих аксиом мы полагаем неприемлемым, хотя возможна их релятивизация относительно ситуации использования. На наш взгляд, эти формулы лишь расширяют круг знания агента, не наделяют его всеведением.

Например, аксиома системы S4: $\Box A \supset \Box\Box A$ (если агент знает А, то он знает, что знает А) выражает, на наш взгляд, одно из вариативных свойств знания, однако принятие этой аксиомы для всех агентов знания является неоправданным. Тем не менее это не является логическим всеведением в буквальном смысле.

Аксиома системы S5: $\neg\Box A \supset \Box\neg\Box A$ (если агент не знает *a*, то он знает, что не знает *A*). Многими философами эта аксиома отбрасывается как слишком сильная идеализация знания [4, 5]. Но в некоторых случаях эта аксиома необходима для анализа дистрибутивных систем, т.е. систем, связанных одной сетью компьютеров.

2. Логическое всеведение относительно мнения.

Устранение логического всеведения относительно мнения является более сложной

задачей [8], так как для контекстов мнения нет положительных основных свойств, все свойства носят отрицательный и вероятностный характер: мнение может не быть истинным, может не быть ложным, может быть необоснованным и т.д. Если для знания мы сохраняли аксиому T (если агент знает A, то A истинно) в модальной системе, то для мнения эта аксиома также является всеведением (если агент верит, полагает, что A, то A является истинным). В этом состоит принципиальное отличие мнения от знания. Мы используем те же схемы аксиом, но оператор необходимости □ модальной логики в них читается как «полагает, что», «верит, что», «думает, что». Оператор ◊ читается «не думает (верит, полагает), что не A».

2.1. Сильная версия логического всеведения относительно мнения. Эти формализмы интерпретируют мнение как истинное, выводимое из любых доказуемых независимо от агента положений.

Аксиома Брауэрова исчисления $A \supset \Box\Diamond A$,

Правило монотонности

$(A \supset B) \models (\Box A \supset \Box B)$

Правило модализации $\vdash A \models \vdash \Box A$

Аксиома T: $\Box A \supset A$

Эти аксиомы не могут быть приняты для анализа контекстов мнения.

2.2. Слабая версия логического всеведения относительно мнения.

Аксиома D: $\Box A \supset \Diamond A$

(*ее вариант* $\Box A \supset \neg\Box\neg A$)

Аксиома K: $(\Box(A \supset B) \& \Box A) \supset \Box B$

Данная группа аксиом является наиболее проблематичной для формализации мнения. Аксиома *D* говорит о непротиворечивости мнения, что является, с одной стороны, желательным, так как субъекты познания мыслятся рациональными и не должны принимать очевидных противоречий, с другой стороны, наше мнение, если оно не обосновано, вполне может быть противоречивым. Аксиома K также проблематична для мнения, как и для знания. Поэтому мы полагаем, что аксиомы этой группы могут быть только ограничены, но не могут полностью отбрасываться.

2.3. Частичное расширение возможностей агента относительно мнения.

Для этой группы аксиом интерпретация полностью совпадает с интерпретацией знания.

Заключение

В результате анализа формализмов мы пришли к выводу, что системы, содержащие сильные версии логического всеведения, неприемлемы для анализа эпистемических контекстов. Однако наличие слабых версий логического всеведения и частичного расширения возможностей агента является необходимым для сохранения идеи рациональности субъекта познания в логике. Под рациональным субъектом познания мы понимаем субъекта, способного строить выводы из имеющегося у него знания. Мы также полагаем, что рациональность субъекта познания, понимаемая таким образом, является важным критерием выбора формализмов для интерпретации контекстов знания и мнения.

Действие слабых версий логического всеведения необходимо лишь ограничивать, но не устранять. Таким образом, выделение различных вариантов парадокса логического всеведения является важным для его решения в любой эпистемической системе.

Список литературы

1. Бежанишвили М.Н. Логика модальностей знания и мнения. – М., 2007. – 288 с.

2. Крипке С.А. Семантический анализ модальной логики. II. Ненормальные модальные исчисления высказываний // Фейс Р., Модальная логика. –М., Наука, 1974. – 520 с.

3. Смирнова Е.Д. К экспликации семантического понятия истинности // Логические исследования. Вып. 11. – М.: Наука 2004. – 314 с.

4. Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. – М.: Прогресс, 1980. – 447 с.

5. Hintikka J. Knowledge and belief. Ithaca; N.Y., 1962. – 162 p.

6. Ho D.N. Logical omniscience vs. logical ignorance. On a dilemma of epistemic logic, Progress in Artificial Intelligence. Proceedings of EPIA'95, LNAI, Vol. 990, Springer Verlag, 1995. – P. 237–248.

7. Hoek W.V.D., Meyer J.J.C. Epistemic Logic for AI and Computer Science. Cambridge University Press. – Cambridge, 1995. – 354 P.

8. Meyer, J-J.C. Epistemic Logic, in Goble, Lou, ed., The Blackwell Guide to Philosophical Logic. – Blackwell. 2001. – 164 p.

9. Rantala V. Impossible world semantics and logical omniscience // Acta Philosophica Fennica. – 1982. – Vol. 35. – P. 106–115.

References

1. Bezhanishvili M.N. Logika modal'nostej znanija i mnenija. M., 2007. 288 p.

2. Kripke S.A. Semanticheskij analiz modal'noj logiki.II. Nenormal'nye modal'nye ischislenija vyskazyvanij // Fejs R., Modal'naja logika, Moskva, Nauka, 1974. 520 p.

3. Smirnova E.D. K jeksplikacii semanticheskogo ponjatija istinnosti. Logicheskie issledovanija. Vyp. 11. M.: Nauka 2004. 314 p.

4. Hintikka Ja. Logiko-jepistemologicheskie issledovanija. M.: Progress, 1980. 447 p.

5. Hintikka J. Knowledge and belief. Ithaca; N.Y., 1962. 162 p.

6. Ho D.N. Logical omniscience vs. logical ignorance. On a dilemma of epistemic logic, Progress in Artificial Intelligence. Proceedings of EPIA'95, LNAI, vol. 990, Springer Verlag, 1995. pp. 237–248.

7. Hoek W.V.D., Meyer, J.J.C. Epistemic Logic for AI and Computer Science. Cambridge University Press, Cambridge, 1995. 354 p.

8. Meyer, J-J C. Epistemic Logic, in Goble, Lou, ed., The Blackwell Guide to Philosophical Logic. Blackwell. 2001. 164 p.

9. Rantala V. Impossible world semantics and logical omniscience. Acta Philosophica Fennica. 1982. Vol. 35. pp. 106–115.

Рецензенты:

Липский В.Н., д.ф.н., профессор, заведующий кафедрой философии, ФГБОУ ВПО «Академия государственной противопожарной службы МЧС России», г. Москва;

Котельников М.Е., д.ф.н., доцент кафедры гуманитарных дисциплин, АОЧУ ВПО «Московский финансово-юридический университет МФЮА», г. Москва.

Работа поступила в редакцию 18.06.2013.