УДК 62-835, 62-86

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАТРОННОЙ СИСТЕМЫ ОРТОПЕДИЧЕСКОГО АППАРАТА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ОСТЕОСИНТЕЗА

Мамаев И.М., Федотов О.В., Филимонов В.Н.

ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», Владимир, e-mail: tpm@vlsu.ru

Испытания аппарата выявили ряд конструктивных недостатков, устранение которых потребовало наряду со структурной модернизацией, направленной на улучшение его качественных показателей – массогабаритных, жесткостных и точностных, решения математической задачи оптимального проектирования. С этой целью разработана математическая модель мехатронной системы аппарата как совокупная модель его функциональных частей. Механическая система аппарата представлена в виде пятимассовой дискретной динамической модели. Зависимость момента шагового двигателя от параметров движения задана динамической характеристикой. Модель микропроцессорной системы управления построена как для дифференцирующего звена с замедлением. Динамический анализ мехатронной системы аппарата позволит обоснованно задать значения фиксированных конструктивных параметров, назначить диапазоны изменения варьируемых параметров и сформулировать задачу оптимального проектирования в окончательном виде.

Ключевые слова: ортопедический аппарат, роликовинтовая передача, динамическая модель, оптимизация

MATHEMATICAL MODEL OF MECHATRONIC SYSTEM ORTHOPEDIC REHABILITATION DEVICE FOR AUTOMATED OSTEOSYNTHESIS

Mamaev I.M., Fedotov O.V., Filimonov V.N.

Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, e-mail: tpm@vlsu.ru

The tests revealed a number of machine design flaws and will often require along with the structural modernization aimed at improving its quality indicators – weight and size, rigidity and accuracy, the solution of a mathematical problem of optimal design. For this purpose, a mathematical model of the mechatronic system unit as a set of models of its functional parts. The mechanical system is represented as a unit five mass discrete dynamical model. Dependence of the moment of stepping motor motion parameters specified dynamic response. Model microprocessor control system built as a differentiator for the slowdown. Dynamic analysis of mechatronic systems unit will set the values reasonably fixed design parameters, assign ranges of variable parameters, and formulate the problem of optimal design in its final form.

Keywords: Orthopedic Rehabilitation Device, planetary roller screw, dynamic model, optimization

1. Конструкция ортопедического аппарата автоматизированного остеосинтеза

Ортопедический аппарат автоматизированного остеосинтеза (далее – аппарат) с тремя независимыми прецизионными электромеханическими приводами (ЭМП) разработан в ВлГУ [1] взамен компрессионно-дистракционного аппарата с ручным приводом проф. Г.А. Илизарова.

Как и в аппарате с ручным приводом в нем используются кольца со спицами, фиксируемыми на соединяемых отломках костной ткани конечности пациента (рис. 1), но раздвигаются кольца в процессе лечения управляемыми ЭМП линейного перемещения на базе шаговых микроэлектродвигателей (ШД) и планетарных роликовинтовых передач (ПРВП). Шарнирно-стержневая система аппарата (ШСС) совместно с ЭМП обеспечивает циклические продольные и угловые смещения подвижного и неподвижного колец. Корпус основного ЭМП жестко фиксируется на неподвижном кольце с возможностью регулирования его углового положения.

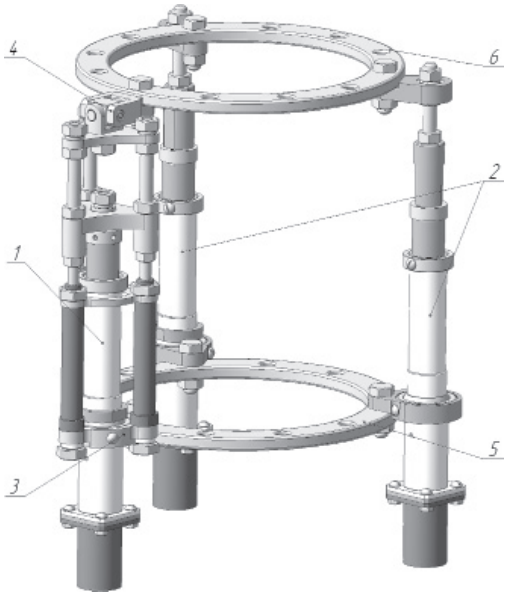

Рис. 1. Ортопедический аппарат автоматизированного остеосинтеза: 1 – основной привод; 2 – дополнительные приводы аппарата; 3 – фиксатор углового положения основного привода; 4 – двухстепенной шарнир; 5,6 – неподвижное и подвижное кольца аппарата

Программное управление ЭМП аппарата осуществляется микропроцессорной системой управления (МПСУ). Параметры цикла дистракции костной ткани: период цикла, величины линейных микроперемещений и скоростей движения для каждого независимого ЭМП задаются с пульта управления. За цикл дистракции время работы ШД составляет 5…7 с, а время остановки около 40 мин. Самотормозящиеся ПРВП в составе ЭМП фиксируют относительное положение колец во время остановки ШД, что существенно экономит энергию питающего аккумулятора.

2. Результаты испытаний и модернизация аппарата

Разработанный аппарат реализует широкий круг ортопедических задач. Вместе с тем недостатки, выявленные в процессе испытаний, потребовали решения ряда задач структурной модернизации сложной мехатронной системы аппарата, направленных на улучшение его главных качественных показателей – массогабаритных, жесткостных и точностных. В этой связи была проведена модернизация всех функциональных частей аппарата – ШСС, ЭМП и МПСУ.

Так, усовершенствованная система измерения и регистрации осевых усилий в составе МПСУ позволила получить точную информацию о фактически развиваемых осевых силах ЭМП [5]. Действительная осевая нагрузка 600 Н оказалась вдвое меньше проектной, что позволило отказаться от планетарных редукторов в ЭМП и заменить их меньшими по массе и габаритам сильфонными муфтами. В результате такой замены сократилась кинематическая цепь и, как следствие, повысились точность, чувствительность и надежность ЭМП.

При практической реализации полученных преимуществ возникла необходимость повышения жесткости исполнительных механизмов ЭМП и ШСС аппарата вцелом. Для этого были разработаны ПРВП с максимально возможным числом резьбовых роликов при сохранении заданного передаточного отношения и самоторможения передачи, а также устройство фиксации углового положения основного ЭМП аппарата [2, 3]. Управляющая программа как составная часть МПСУ также была модернизирована [4].

3. Постановка задачи исследования

Технический уровень аппарата во многом определяют ПРВП, выполняющие в составе трех независимых ЭМП функции исполнительных механизмов. Широкие возможности ПРВП по выбору конструктивных параметров делают актуальной задачу выбора их оптимального сочетания, которое дает наилучшее проектное решение, соответствующее экстремальным значениям доминирующих критериев качества (минимальной массе и максимальной жесткости) механической системы аппарата, при оптимальном цикле дистракции костной ткани. В связи с очевидной противоречивостью названных критериев можно назначить обобщенный относительный критерий – массу, отнесенную к жесткости, который следует минимизировать. Это достаточно простой и эффективный критерий для несущей механической системы аппарата [2].

4. Динамическая модель мехатронной системы аппарата

Для окончательной постановки и решения математической задачи оптимального проектирования необходимо построить динамическую модель сложной мехатронной системы модернизированного аппарата, включающую в себя динамические модели его функциональных частей, с целью всестороннего динамического анализа.

4.1. Математическая модель механической системы аппарата

Так как работа трех независимых ЭМП осуществляется поочередно, т.е. в любой момент времени работает и создает осевое усилие только один из них, то механическую систему аппарата представим в виде трех, шарнирно соединенных между собой стержней (рис. 2). Стержень Г-образной формы схематизирует неподвижное кольцо с закрепленными на нем двумя выключенными в данный момент времени ЭМП. Прямолинейный стержень – подвижное кольцо. Функции третьего стержня (переменной длины) выполняет ПРВП, работающего в данный момент времени ЭМП. Центральный винт ПРВП через упругую муфту связан с ротором ШД, к которому приложен вращающий момент, а выходной шток шарнирно соединен с подвижным кольцом.

Все кинематические пары ШСС аппарата считаем идеальными и голономными. Наиболее податливыми звеньями этой механической системы являются упругая муфта, хрящевая ткань, расположенная между подвижным и неподвижным участками кости, а также связи между этими участками и соответствующими кольцами. Учтем также диссипативные силы внутреннего трения в материале упругих звеньев и потери на трение скольжения и качения в сопряжениях звеньев ПРВП.

В указанной постановке динамическая модель ШСС аппарата представляет собой пятимассовую систему с сосредоточенными параметрами, которая состоит из абсолютно твердых тел, соединенных между собой

безынерционными упругодиссипативными элементами, подчинена стационарным, голономным связям и находится под действием потенциальных сил упругости и непотенциальных диссипативных сил.

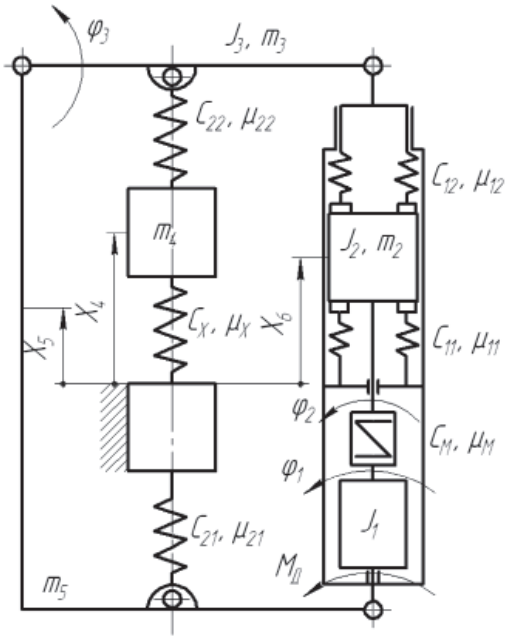

Рис. 2. Динамическая модель механической системы аппарата

Дифференциальные уравнения движения механической системы в общем виде можно записать в форме уравнений Лагранжа в обобщенных координатах

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j^{\text{П}} + Q_j^{\text{Ф}},\ j = \overline{1,k},$$

где k – число степеней свободы системы; T – кинетическая энергия системы; q_j – соответствующая обобщенная координата; $Q_j^{\text{П}}$ и $Q_j^{\text{Ф}}$ – обобщенные силы соответственно потенциальных и диссипативных сил.

За обобщенные координаты механической системы примем: φ_1 – угол поворота ротора ШД; φ_2 – угол поворота блока винта с роликами; φ_3 – угол поворота подвижного кольца; x_4 – линейная координата подвижного участка кости относительно неподвижного; x_5 – линейная координата (деформационная) неподвижного кольца относительно неподвижного участка кости; x_6 – линейная координата (деформационная) блока винта с роликами относительно неподвижного участка кости.

Кинетическая энергия механической системы, найденная как сумма кинетических энергий подвижных масс, является квадратичной формой обобщенных скоростей

$$T = (J_1\dot{\phi}_1^2 + J_2\dot{\phi}_2^2 + J_3\dot{\phi}_3^2 + m_2\dot{x}_6^2 + m_3\dot{x}_5^2 + m_4\dot{x}_4^2 + m_5\dot{x}_5^2)/2,$$

где J_1, J_2, J_3 – моменты инерции, соответственно ротора ШД, блока винта с роликами и подвижного кольца, приведенные к оси винта; m_2 – масса блока винта с роликами; m_3 – масса подвижного кольца; m_4 – масса подвижного участка кости, мышц и кожи; m_5 – суммарная масса неподвижного кольца и связанных с ним корпусных деталей ЭМП.

Обобщенные силы для потенциальных сил упругости, соответствующих каждой из обобщенных координат, вычислим по формуле

$$Q_j^{\text{П}} = -\partial\Pi / \partial q_j,$$

запишем потенциальную энергию системы как функцию обобщенных координат

$$\Pi = [c_{\text{м}}(\phi_1 - \phi_2)^2 + c_{12}\left(\phi_2 a_s - \phi_3 a_s + x_6 - x_5\right)^2 + c_{11}\left(x_6 - x_5\right)^2 +$$

$$+ c_{22}\left(x_4 - \phi_3 a_{sx}/2 - x_5\right)^2 + c_{21}x_5^{\ 2} + c\ x_4^{\ 2}]/2,$$

где $c_{\text{м}}$ – крутильная жесткость сильфонной муфты; c_{11} и c_{12} – линейные жесткости в сопряжениях роликов с опорной и ходовой гайкой соответственно; c_{21} и c_{22} – линейные жесткости связи колец соответственно с неподвижным и подвижным участками кости; c_x – линейная жесткость хрящевой ткани; $a_s = S/2\pi$; S – перемещение ходовой гайки за оборот винта.

Обобщенные силы диссипативных сил найдем как коэффициенты в сумме возможных работ диссипативных сил, соответствующих положительным приращениям обобщенных координат δq_j

$$Q_j^{\text{Ф}} = \sum_{i=1}^{n} (\delta A_i)_{q_j} / \delta q_j.$$

Тогда

$$Q_1^{\text{Ф}} = \sum (\delta A)_{\phi 1} / \delta\phi_1 = M_{\text{Д}} - \mu_{\text{м}}(\dot{\phi}_1 - \phi_2),$$

где $M_{\text{Д}}$ – момент ШД; $\mu_м$ – коэффициент демпфирования в сильфонной муфте.

$$Q_2^{\text{Ф}} = \sum (\delta A)_{\phi 2} / \delta\phi_{2\text{м}} = \mu\ (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}\ )_2 - \mu_2\ \left(\dot{\phi}\ a_3 - \dot{\phi}\ a_6 + \dot{x}_5 - \dot{x}\right) a_s - (1/\eta - 1) N\ a_s - \frac{N_2 f_{\text{к}}\, d_3}{2},$$

где μ_{12} – коэффициент демпфирования в сопряжениях роликов с ходовой гайкой; η – КПД прямого хода ПРВП; $N_1 = c_{12}(\varphi_2 a_s - \varphi_3 a_s + x_4 - x_5)$ – осевая сила в резьбовом сопряжении опорной гайки с роликами; $N_2 = c_{11}(x_6 - x_5)$ – осевая сила в резьбовом сопряжении ходовой гайки с роликами; f_k – приведенный коэффициент трения качения; d_3 – средний диаметр резьбы гайки.

$$Q_3^{\Phi} = \sum (\delta A)_{\phi 3} / \delta\phi_3 = \mu_{12}\left(\dot{\phi}_2 a_s - \dot{\phi}_3 a_s + \dot{x}_6 - \dot{x}_5\right) a_s;$$

$$Q_4^{\Phi} = \sum (\delta A)_{x4} / \delta x_4 = -\mu_{12}\left(\dot{\phi}_2 a_s - \dot{\phi}_3 a_s + \dot{x}_6 - \dot{x}_5\right) - \mu_{11}\left(\dot{x}_6 - \dot{x}_5\right),$$

где μ_{11} – коэффициент демпфирования в сопряжении роликов с опорной гайкой.

$$Q_5^{\Phi} = \sum (\delta A)_{x5} / \delta x_5 = -\mu_{11}\left(\dot{x}_5 - \dot{x}_6\right) - \mu_{21}\dot{x}_5,$$

где μ_{21} – коэффициент демпфирования связи кольца с неподвижным участком кости.

$$Q_6^{\Phi} = \sum \delta A_{x6} / \delta x_6 = -\mu_{22}\left(\dot{x}_4 - \dot{\phi}_3 a_s / 2 - \dot{x}_5\right) - \mu_x \dot{x}_4$$

где μ_{22} – коэффициент демпфирования связи кольца с подвижным участком кости; μ_x – коэффициент демпфирования хрящевой ткани.

После соответствующих преобразований получим математическую модель механической части аппарата в виде системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

4.2. Математическая модель шагового электродвигателя

Зависимость $M_Д$ от параметров движения зададим динамической характеристикой шагового электродвигателя, определяющей характер его взаимодействия с механической системой аппарата и МПСУ. С учетом дифференциального уравнения вращения ротора ШД [6] выражение для $M_Д$ можно представить в виде:

$$\begin{cases}
\ddot{\phi}_1 = (M_Д - c_м(\phi_1 - \phi_2) - \mu_м(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)) / J_1; \\
\ddot{\phi}_2 = [c_м(\phi_1 - \phi_{2м} + \mu)(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - c_{12}(\phi_2 a_s - \phi_3 a_s + x_6 - x_5) a_s - \mu_{12}\left(\dot{\phi}_2 a_s - \dot{\phi}_3 a_s + \dot{x}_6 - \dot{x}_5\right) a_s - \\
-c_{22}(x_4 + \phi_3 a_s / 2 + x_5) a_s / 2 - \left[(1/\eta - 1) N_1\right] a_s - N_2 f_к d_3 / 2] / J_2; \\
\ddot{\phi}_3 = [c_{12}\left(\phi_2 a_s - \phi_3 a_s + x_6 - x_5\right) a_s + \mu_{12}\left(\dot{\phi}_2 a_s - \dot{\phi}_3 a_s + \dot{x}_6 - \dot{x}_5\right) a_s] / ; J_3 \\
\ddot{x}_4 = [-c_{22}\left(x_4 - \phi_3 a_s / 2 - x_5\right) - c_x x_6 - \mu_{22}\left(\dot{x}_4 - \dot{\phi}_3 a_s / 2 - \dot{x}_5\right) - \mu_x \dot{x}_6] / m_4; \\
\ddot{x}_5 = [c_{11}\left(x_6 - x_5\right) - \mu_{11}\left(\dot{x}_5 - \dot{x}_6\right) + c_{12}(\phi_2 a_s - \phi_3 a_s + x_6 - x_5) - c_{21} x_5 - \mu_{21}\dot{x}_5 - x_{22}(c_4 - \phi_3 a_s / 2 - x_5)] / (m_3 + m_5); \\
\ddot{x}_6 = [-c_{12}\left(\phi_2 a_s - \phi_3 a_s + x_6 - x_5\right) - c_{11}\left(x_6 - x_5\right) - \mu_{12}\left(\dot{\phi}_2 a_s - \dot{\phi}_3 a_s + \dot{x}_6 - \dot{x}_5\right) - \mu_{11}\left(\dot{x}_6 - \dot{x}_5\right)] / . m_2
\end{cases}$$

где $\mu_Д$ – коэффициент вязкого трения ШД; N – число витков в обмотке статора; $\Phi_м$ – максимальный магнитный поток; p – число пар магнитных полюсов ротора двигателя; λ – угол между обмотками ШД; I_1, I_2 – токи, поступающие на обмотки статора ШД с МПСУ.

Токи в обмотках статора находятся из дифференциальных уравнений:

$$M_Д = N\Phi_м p I_1 \sin(p\phi_1) + N\Phi_м p I_2 \sin[p(\phi_1 - \lambda)] - \mu_Д \dot{\phi}_1,$$

где U – напряжение источника питания электродвигателя; L – собственная индуктивность каждой фазы; R – сопротивление цепи обмотки статора.

4.3. Математическая модель микропроцессорной системы управления

Управление работой ШД происходит путем чередования управляющих импульсов прямоугольной формы, формируемых МПСУ в соответствии с заданной программой. Эти импульсы преобразуются в импульсы напряжения и поступают на обмотки статора двигателя. Полагая МПСУ дифференцирующим звеном с замедлением с постоянной времени $T_{эл}$ и коэффициентом усиления сигнала $K_у$, запишем дифференциальные уравнения изменения напряжений на обмотках статора в виде:

$$\begin{cases}
L\dot{I}_1 + RI_1 = U - N\Phi_М p \sin(p\phi_1)\dot{\phi}_1; \\
L\dot{I}_2 + RI_2 = U - N\Phi_М p \sin[p(\phi_1 - \lambda)]\dot{\phi}_1,
\end{cases}$$

Эти уравнения представляют собой математическую модель МПСУ.

5. Направления дальнейших исследований

Таким образом, на основе построенных динамических моделей функциональных частей модернизированного аппарата сформирована математическая модель мехатронной системы аппарата в целом. Динамический анализ аппарата сводится к нахождению периодических решений системы дифференциальных уравнений математической модели при различных значениях массогабаритных и упругодиссипативных параметров для оценки их влияния на основные показатели качества аппарата. В связи с математическими трудностями, обусловленными нелинейностью и высоким порядком системы, эту задачу целесообразно решать численными методами на ЭВМ.

По результатам динамического анализа можно обоснованно задать значения фиксированных конструктивных параметров и назначить диапазоны изменения варьируемых параметров, что позволит сформировать задачу оптимального проектирования в окончательном виде.

$$\begin{cases} T_{эл}\dot{U}_1 + U_1 = k_y U_{y1}; \\ T_{эл}\dot{U}_2 + U_2 = k_y U_{y2}. \end{cases}$$

Список литературы

1. Автономный ортопедический аппарат автоматизированного остеосинтеза для реабилитации инвалидов / В.В. Козырев, О.И. Алборов, О.В. Федотов, С.М. Воробьев, С.Л. Тихомиров, И.М. Мамаев // Медицинская техника. – М., 2011. – № 4 – С. 30–33. – ISSN 0025-8075.

2. Мамаев И.М. Обоснование выбора планетарной роликовинтовой передачи для модернизированного привода ортопедического аппарата / И.М. Мамаев, О.В. Федотов // Информационно-измерительные и управляющие системы военной техники: материалы третьей Всероссийской научно-технической конференции, Владимир, 14–16 ноября 2012 г. – М.: Изд-во РАРАН, 2012. – С. 132–134 – ISBN 978-5-8311-0706-7.

3. Модернизация конструкции ортопедического аппарата автоматизированного остеосинтеза. Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии / О.В. Федотов, В.Н. Филимонов, И.М. Мамаев, А.В. Крылов, А.В. Кириллов // Труды 10-й межд. науч.-техн. конф. с элем. научн. молод. школы. Кн 2. – Владимир, 2012. – С. 98–101. – ISBN 978-5-9055-2706-7.

4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011610101 Российская Федерация. Управление приводами ортопедического аппарата автоматизированного остеосинтеза / Мишулин Ю.Е., Федотов О.В., Филимонов В.Н., Мамаев И.М.; заявитель и патентообладатель: Общество с ограниченной ответственностью «Малое инновационное предприятие «Трикарол»; поступл. 8.10.10; зарегистр. 11.01.12, Бюл. № 1(П ч.).

5. Система измерений осевых усилий автоматизированного ортопедического аппарата. Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии / В.В. Козырев, О.В. Федотов, А.В. Крылов, И.М. Мамаев // Труды 9-й межд. науч.-техн. конф. с элем. научн. молод. школы. – Владимир – Суздаль: Влад. гос. ун-т, 2010. – С. 274–278. – ISBN 978-5-904875-03-9.

6. Кенио Т. Шаговые двигатели и их микропроцессорные системы управления: пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 200 с.

References

1. Kozyrev V.V., Alborov O.I., Fedotov O.V., Vorob'ev S.M., Tikhomirov S.L., Mamaev I.M. *Medicinskaja tekhnika, nauchno-tekhnicheskijj zhurnal*, 2011, no. 4, pp. 30–33.

2. Mamaev I.M., Fedotov O.V. *Materialy tret'ejj Vserossijjskojj nauchno-tekhnicheskojj konferencii «Informacionno-izmeritel'nye i upravljajushhie sistemy voennojj tekhniki»* (Proceedings of the Third All-Russian Conference «Information-measuring and control systems of military technology»). Moscow, 2012, pp. 132–134.

3. Fedotov O.V., Filimonov V.N., Mamaev I.M., Krylov A.V., Kirillov A.V. *Trudy* 10-jj *mezhdunarodnojj nauchno-tekhnicheskojj konferencii «Fizika i radioehlektronika v medicine i ehkologii» FREhMEh'2010 s ehlementami nauchnojj molodezhnojj shkoly* (Proc. 10-th International Conference «Physics and Radioelectronics in Medicine and Ecology» PREME'2012 with elements of Scientific Youth School). Vladimir-Suzdal, 2012, pp. 98–101.

4. Mishulin Ju.E., Fedotov O.V., Filimonov V.N., Mamaev I.M. Certificate of state registration of computer program № 2011610101. 2012. Bulletin no. 1.

5. Kozyrev V.V., Fedotov O.V., Krylov A.V., Mamaev I.M. *Trudy 9-jj mezhdunarodnojj nauchno-tekhnicheskojj konferencii «Fizika i radioehlektronika v medicine i ehkologii» FREhMEh'2010 s ehlementami nauchnojj molodezhnojj shkoly* (Proc. 9-th International Conference «Physics and Radioelectronics in Medicine and Ecology» PREME'2010 with elements of Scientific Youth School). Vladimir-Suzdal, 2010, pp. 274–278.

6. Kenjo T. *Shagovye dvigateli i ikh mikroprocessornye sistemy upravlenija* (Stepping motors and their microprocessor controls). Moscow, 1987. 200 p.

Рецензенты:

Кульчицкий А.Р., д.т.н., профессор, заместитель главного конструктора по испытаниям ООО «ВМТЗ», г. Владимир;

Гоц А.Н., д.т.н., профессор кафедры тепловых двигателей и энергетических установок ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых», г. Владимир.

Работа поступила в редакцию 04.04.2012.