

тельных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов /Под ред. Н.И. Червякова – М: Физматлит, 2005.-276 с.

3. Калмыков И.А., Тимошенко Л.И., Резеньков Д.Н. Непозиционное кодирование ин-

формации в конечных полях для отказоустойчивых спецпроцессоров цифровой обработки сигналов /«Инфокоммуникационные технологии» № 3, 2007.- С 17-19.

**Физико-математические науки**

**НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ  
МНОГОВХОДОВЫХ СУММАТОРОВ ПО  
МОДУЛЮ ДВА**

Калмыков И.А., Тимошенко Л.И.  
Ставропольский военный институт связи  
Ракетных войск  
Ставрополь, Россия

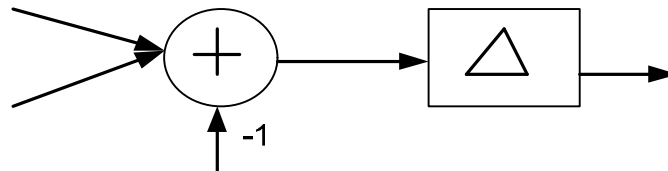
В настоящее время цифровая обработка сигналов (ЦОС) занимает основное положение в системах передачи и обработки информации. Эффективность ЦОС полностью зависит от объема вычислений, который определяется математической моделью цифровой обработки сигналов. Большое научное и практическое значение имеют вопросы выбора элементной базы для создания

современных систем ЦОС. Обеспечить высокие требования к производительности можно только за счет совместного применения нетрадиционных алгебраических систем и параллельных методов обработки информации, реализуемых на основе нейросетевых технологий. Это позволит обеспечить обработку большого массива данных в реальном масштабе времени[1,2,4].

Новым направлением в разработке сумматоров по модулю два может служить изменение функции активации нейронной сети. Предлагается использовать двухслойную нейронную сеть, в которой в качестве функции активации используется треугольная функция активации – *tribas*, согласно условия (1)

$$f(net) = \begin{cases} 0, & net < -1; \\ 1 - |net|, & -1 \leq net \leq 1; \\ 0, & net > 1. \end{cases} \quad (1)$$

Для реализации нейросетевой модели сумматора по модулю два с использованием треугольной функции активации для двухвходового вектора требуется один нейрон. Математическая модель нейронподобного сумматора по модулю два показана на рисунке 1.



**Рис. 1.** Нейросетевая модель двухвходового сумматора по модулю два с использованием треугольной функции активации

В работе [3] представлен алгоритм разработки нейросетевой модели сумматора по модулю два с использованием треугольной функции активации для вектора входа состоящего из *n* элементов. Число слоев в построенной по данному алгоритму модели будет равно  $N = n - 1$ , число нейронов в слое рассчитывается из условия

$T_i = (n - i)$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ . Так как для нечетного *n* число слоев будет четно, то, просуммировав попарно число нейронов первого и последнего слоя  $((n - 1) + 1)$ , второго и предпоследнего слоя  $((n - 2) + 2)$  и т.д., получаем общее число нейронов равное

$$T = \frac{N}{2} n = \frac{1}{2} (n^2 - n) \quad (2)$$

Для четного *n* число слоев нейронной сети нечетно, следовательно, нейронная сеть содержит *n* нейронов

$$T = \frac{N - 1}{2} n + \frac{n}{2} = \frac{1}{2} (n^2 + n). \quad (3)$$

Основным недостатком данного алгоритма являются значительные аппаратные затраты. С целью уменьшения аппаратных затрат при построении многоразрядного сумматора по модулю два на основе нейросетевого базиса в работе [1] предложено использовать каскадную организацию вычислительного устройства. В этом случае входной слой, реализует операцию нахождения суммы по модулю два значений каждой пары входов и передает полученные промежуточные значения на второй слой нейронов.

При этом значения входа нейрона, у которого нет пары, поступает в следующий слой без изменений. Данная процедура повторяется и для последующих слоев, до тех пор, пока не получится слой, состоящий из одного нейрона, выход которого и будет конечным результатом. С целью дальнейшего снижения аппаратных затрат была предложена модель нейронной сети, структура которой представлена на рисунке 2.

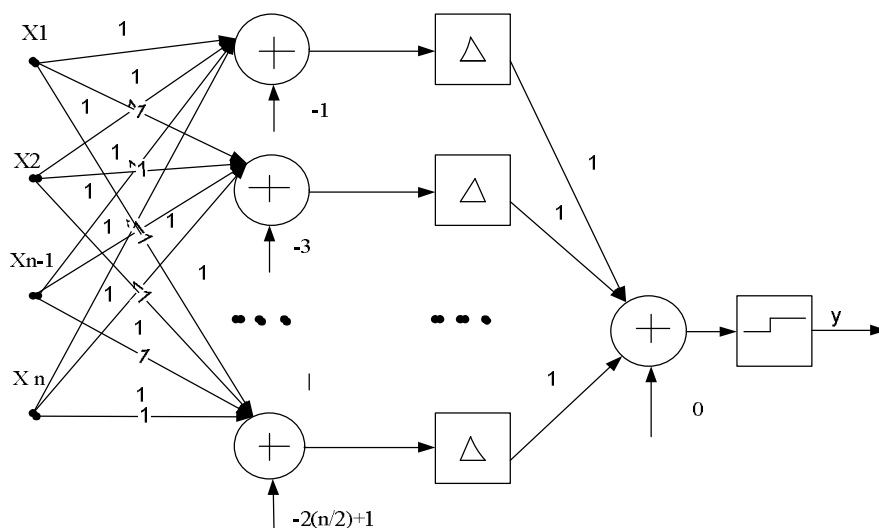


Рис. 2. Трехслойная нейронная сеть сумматора по модулю два.

Входной слой в процессе вычисления значения суммы по модулю два  $n$ -разрядного вектора не участвует, а осуществляет перераспределение данных, поступивших на входы нейронной сети. Скрытый слой, содержащий по одному нейрону для каждого возможного нечетного значения суммы элементов вектора входа причем смещение нейрона равно значению возможной нечетной суммы со знаком минус. Синаптические веса между нейронами входного и скрытого слоя равны 1. В качестве функции активации используется пороговая функция, что позволит повысить скорость обработки сигнала в выходном слое. Выходной слой состоит из одного нейрона, синаптические веса которого равны 1, а смещение 0.

Таким образом очевидно, что представленная нейросетевая модель сумматора по модулю два с использованием треугольной функции активации для вектора входа состоящего из  $n$  разрядов является наиболее привлекательной. При этом обеспечивается выполнение процедуры всего за две итерации, требуя на это равное количество аппаратных затрат.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Элементы компьютерной математики и нейронной информатики /Червяков Н.И., Калмыков И.А., Галкина В.А., Щелкунова Ю.О., Шилов А.А.; Под ред. Н.И. Червякова. – М.: Физматлит, 2003. – 216 с.
2. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов /Под ред. Н.И. Червякова – М: Физматлит, 2005.-276 с.
3. Шилов А.А., Калмыков И.А., Подопротора Н.Б., Брыкалова О.В. Нейронная реализация сумматора по модулю два для входного вектора размерностью  $n$ . Тезисы докладов II Международной научно-технической конференции «Физика и технические приложения волновых процессов», г. Самара, 2003. – С. 167.
4. Калмыков И.А., Тимошенко Л.И., Лободин М.В., Сагдеев А.К. Реализация ортогональных преобразований сигналов в расширенных полях Галуа / «Современные наукоемкие технологии», № 4, 2006 г.- С 54-56.

**ЛОКАЛИЗАЦИИ ОШИБОК В  
МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ  
ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ  
КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ С МИНИМАЛЬНОЙ  
ИЗЫТОЧНОСТЬЮ**

Калмыков И.А., Резеньков Д.Н.  
Ставропольский военный институт связи  
Ракетных войск  
Ставрополь, Россия

Модулярные коды полиномиальной системы классов вычетов ПСКВ обладают потенциальными возможностями по построению кодов, способных обнаруживать и исправлять ошибки в процессе выполнения операций, независимо от природы возникновения арифметических ошибок [1,2,3,4].

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots, a_{k+1}(z)) = \sum_{i=1}^{k+1} a_i(z)B_i(z) \text{ mod } P_{\text{полн}}(z). \quad (1)$$

Если положить условие, что полином  $A(z)$  является разрешенным, т.е.  $A(z) \in P_{\text{раз}}(z)$ , то справедливо

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots, a_k(z)) = \sum_{j=1}^k a_j(z)B_j^*(z) \text{ mod } P_{\text{раз}}(z) \quad (2)$$

где  $B_j^*(z)$  - ортогональные базисы безизбыточной системы оснований.

Тогда имеем

$$(a_1(z), a_2(z), \dots, a_{k+1}(z)) = (a_1(z), a_2(z), \dots, a_k(z)) \quad (3)$$

Расширив безизбыточную систему оснований ПСКВ  $p_1(z), p_2(z), \dots, p_k(z)$  на основание  $p_{k+1}(z)$ , представим ортогональные базисы в виде

$$\begin{aligned} |a_1(z)B_1^*(z)|^+_{P_{\text{раз}}(z)} &= (a_1(z), 0, 0, \dots, 0, y^1_{k+1}(z)) = A_1(z); \\ |a_1(z)B_1^*(z)|^+_{P_{\text{раз}}(z)} &= (0, a_2(z), 0, \dots, 0, y^2_{k+1}(z)) = A_2(z); \\ &\dots \\ |a_k(z)B_k^*(z)|^+_{P_{\text{раз}}(z)} &= (0, 0, 0, \dots, a_k(z), y^k_{k+1}(z)) = A_k(z); \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, получены псевдоортогональные полиномы, у которых ортогональность нарушена по контрольному основанию. Тогда нормированный след и  $S_{k+1}(z)$  полинома  $A(z)$  определяется как разность исходного  $A(z)$  и величин  $m$  псевдоортогональных полиномов

$$A(z) - \sum_{i=1}^k A_i(z) = y_{k+1}(z) \quad (5)$$

Поскольку, согласно (3) выхода за пределы рабочего диапазона не происходит, то значение нормированного следа полинома  $y_{k+1}(z)$  однозначно определяет факт наличия ошибки.

Если полином  $A(z)$  является разрешенным, то на основе (2) и (3) имеем, что значение нормированного следа  $y_{k+1}(z) = 0$ .

$$\sum_{i=1}^k y^i_{k+1}(z) \text{ mod } p_{k+1}(z) = a_{k+1}(z).$$

Но так как ошибка произошла по избыточному основанию, то справедливо  $a^*_{k+1}(z) \neq a_{k+1}(z)$

Следовательно, нормированный след полинома  $y_{k+1}(z) \neq 0$ .

Пусть ошибка произошла по рабочему основанию  $p_i(z)$ , где  $i = 1, 2, \dots, k$ . Тогда полином

В случае обнаружения ошибки производится коррекция ошибочной комбинации. Для реализации данной процедуры рассмотрим следующую теорему.

**Теорема:** если в нормированной системе оснований ПСКВ  $p_1(z), p_2(z), \dots, p_{k+1}(z)$  задан полином  $A(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots, a_{k+1}(z))$  с нормированным следом  $y_{k+1}(z)$ , то данный полином является разрешенным при условии  $y_{k+1}(z) = 0$ , в противном случае - он содержит ошибку [1,2].

**Доказательство**

Применение китайской теоремы об остатках позволяет представить полином  $A(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots, a_{k+1}(z))$  в виде суммы ортогональных полиномов

Допустим, что ошибка возникла по  $i$ -ому основанию,  $i = 1, 2, \dots, k+1$ . Рассмотрим случай, когда  $i = k+1$ . Тогда  $A^*(z) = (a_1(z), a_2(z), \dots, a^*_{k+1}(z))$ . Так как все остатки по рабочим основаниям не изменялись, то сумма псевдоортогональных полиномов  $A_i(z), i = 1, 2, \dots, k$ , по контрольному основанию даст значения

примет вид  $A^*(z) = (a_1(z), \dots, a^*_i(z), \dots, a_{k+1}(z))$ . Очевидно, что изменение величины остатка  $a_i(z) \neq a^*_i(z)$  ведет к использованию в выражении (5) вместо псевдоортогонального полинома  $A_i(z)$  другого полинома  $A^*_i(z)$ . Таким образом  $y^i_{k+1}(z) \neq y^*_{k+1}(z)$ . Следовательно,  $y_{k+1}(z) \neq 0$ . Значит полином  $A^*(z)$  содержит ошибку.